مدل رفتاری سخت شوندگی خاک

پرتال جامع مهندسی عمران

www.ucivil.ir

معرفی مدل رفتاری هذلولی Duncan&Chang مورد استفاده برنامه Feadam

این مدل ابتدا توسط Kondner (۱۹۶۳) مطرح گردید و سپس توسط Duncan و Chang (۱۹۷۰) تکمیل گردید.

نقطه شروع برای تعریف این مدل ارتباط هذلولی بین ε تنش و کرنش می‌باشد این رابطه بصورت زیر است :

$$(\sigma_1-\sigma_3)=\frac{\varepsilon}{(\frac{1}{E_i}+\frac{\varepsilon}{(\sigma_1-\sigma_3)_{ult}}} \qquad (۱)$$

در این رابطه E_i مدول مماسی اولیه می باشد.

سطح شکست بر اساس معیار موهرکولمب بصورت زیر است:

$$(\sigma_1-\sigma_3)_f=\frac{(2c\cos\phi+2\sigma_3\sin\phi)}{1-\sin\phi} \qquad (۲)$$

$$R_f=\frac{(\sigma_1-\sigma_3)_f}{(\sigma_1-\sigma_3)_{ult}} \qquad (۳)$$

این مدل می تواند کاهش زاویه اصطکاک داخلی مصالح ناشی از افزایش تنش ایزوتروپیک را بصورت زیر در نظر بگیرد :

$$\phi=\phi_0-\Delta\phi\log_{10}(\frac{\sigma_3}{p_a}) \qquad (۴)$$

$\Delta\phi$ کاهش زاویه اصطکاک داخلی ناشی از ۱۰ مرتبه افزایش در تنش موثر میانگین می باشد.

مدول مماسی E_t در هر نقطه روی منحنی می تواند از رابطه زیر محاسبه گردد:

$$E_t=\left[1-\left(R_f.SL\right)\right]^2.E_i \qquad (۵)$$

در این رابطه SL سطح تنش است که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_f=\frac{(\sigma_1-\sigma_3)}{(\sigma_1-\sigma_3)_f} \qquad (۶)$$

مدول مماسی اولیه می تواند بصورت زیر با تغییرات تنش موثر میانگین تغییر یابد:

$$E_i=K.P_a.\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^m \qquad (۷)$$

در این رابطه m توان وابستگی مدول مماسی اولیه به سطح تنش و p_a فشار اتمسفر است.

این توان بسته به نوع خاک می تواند از حدود ۰/۵ تا ۱ تغییر یابد. مقادیر بیشتر برای خاکهای ریزدانه تر می‌باشد.

مدول مماسی در هر نقطه و در سطح تنش از روابط بالا می تواند بصورت زیر بدست آید:

$$E_t = \left[1-\left(R_f.SL\right)\right]^2.K.P_a.\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^m \qquad (۸)$$

مدول باربرداری و بارگذاری مجدد نیز به تنش موثر میانگین وابسته است.

$$E_{ur} = K_{ur}.p_a\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^m \qquad (۹)$$

که در حدود ۱/۲ تا ۳ برابر مدول مماسی اولیه است.

این مدل برای در نظرگرفتن کرنشهای حجمی مدول بالک خاک را بصورت زیر تعریف می نماید :

$$B = Kb.p_a\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^m \qquad (۱۰)$$

مدل رفتاری سخت شوندگی موجود در نرم افزار PLAXIS

برعکس مدل رفتاری پلاستیک کامل که سطح تسلیم در فضای تنش ها ثابت است در این مدل رفتاری سطح تسلیم می تواند بعلت کرنشهای پلاستیک بزرگترشود. باید توجه داشت که بین رفتار سخت شوندگی خاک تحت برش و یا تحت فشار همه جانبه(بارگذاری تحکیمی) تفاوت وجود دارد. سخت شوندگی برشی برای مدل کردن کرنشهای برگشت ناپذیر در اثر بارگذاری تفاضلی اولیه است و سخت شوندگی فشاری برای برای مدل کردن کرنشهای پلاستیک برگشت ناپذیر در اثر بارگذاری فشاری اولیه در بارگذاری ایزوتروپیک و ادئومتریک است. در این مدل هر دو نوع رفتار سخت شوندگی دیده شده است. این مدل رفتاری، مدل پیشرفته ای برای مدل سازی رفتار هر دو نوع خاک نرم و سخت می باشد (Schanz، ۱۹۹۸).

وقتی که خاک تحت برش قرار می گیرد سختی آن کاهش می یابد و در نتیجه کرنشهای پلاستیک گسترش می یابد. در حالت خاصی از آزمایش سه محوری, بین کرنشهای محوری و تنش انحرافی یک رابطه هذلولی (بطور تقریبی) می توان فرض کرد که این مدل ابتدا توسط konder (۱۹۶۳) فرموله شد و سپس Duncan و Chang (۱۹۷۰)، مدل معروف هذلولی را ارائه دادند.

این مدل رفتاری (سخت شونده) می تواند بطور کامل جایگزین مدل قبلی گردد. زیرا اولاً از تئوری پلاستیسیته استفاده شده است، ثانیاً اثرات تغییر حجم خاک در اثر اتساع در آن منظور شده و ثالثاً یک کلاهک تسلیم (yield cap) برای مدل معرفی شده است.

بعضی پارامترهای اساسی مدل به قرار ذیل است:

- پارامتر ورودی m : سختی وابسته به تنش در قانون توانی

- پارامتر ورودی E_{50}^{ref} : سختی در ۵۰ ٪ مقاومت در بارگذاری انحرافی در فشار مبنا

- پارامتر ورودی E_{oed}^{ref} : مدول مماسی برای بارگذاری تحکیمی (ادئومتری)

- پارامترهای ورودی E_{ur}^{ref} و υ_{ur} : مدول الاستیسیته باربرداری و بارگذاری

- خرابی بر طبق مدل موهر-کلمب پارامتر ورودی :پارامترهای مدل موهر- *کولمب* c ، ϕ ، ψ

- نکته مهم در این مدل رفتاری وابستگی سختی به سطح تنش می باشد. برای بارگذاری تحکیمی(ادئومتری) می توان مدلی بصورت ذیل تعریف نمود :

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} (\sigma/p)^{m}$$

که p فشار است. برای خاکهای نرم خاصی می توان حالت ایده آل m=۱ را بکار برد. همچنین در این حالت یک رابطه ساده بین شاخص فشردگی اصلاح شده λ^* و مدول بارگذاری ادئومتری وجود دارد که به صورت زیر است:

$$E_{oed} = P^{ref} / \lambda^* \qquad (\lambda^* = \lambda / (1+e_o))$$

که p^{ref} فشار مبناء (اتمسفر) است.

در این جا مدول ادئومتری مماسی در یک فشار مبناء p^{ref} بخصوصی فرض کرده ایم. از این رو منحنی بارگذاری اولیه وابسته به شاخص فشردگی(λ^*) است. مشابهاً مدول باربرداری و بارگذاری مجدد به شاخص تورم اصلاح شده k^* مرتبط است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$E_{ur}^{ref} = P^{ref}(1-2\,\upsilon_{ur})/ k^* \qquad (k^* = k / (1+e_o))$$

این رابطه برای پارامتر ورودی با مقدار $m = ۱$ کاربرد دارد.

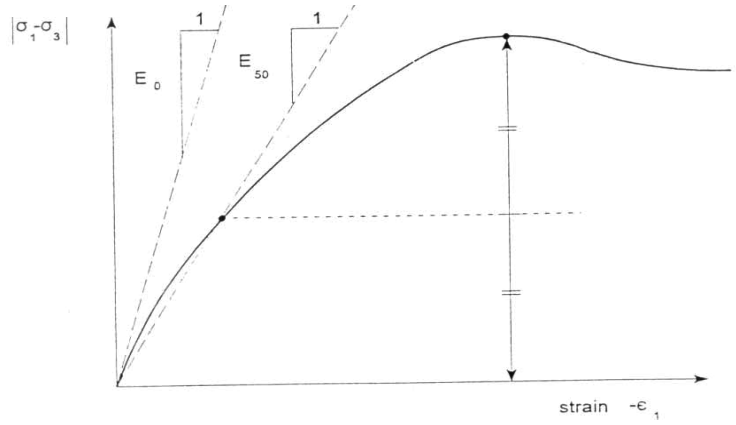
رفتار سهموی برای آزمایش بارگذاری سه محوری استاندارد

یک ایده مبناء برای فرمول بندی رفتار سخت شوندگی رابطه سهموی بین کرنش محوری ε_1 و تنش انحرافی q در بارگذاری سه محوری می باشد.

خاک درآزمایش سه محوری تمایل دارد که منحنی تسلیم مطابق ذیل از خود نشان دهد.

$$-\varepsilon_1 = \frac{1}{3E_{50}} \frac{q}{1-q/q_a} \qquad \text{برای:} \quad q < q_f \qquad (۱۱)$$

که q_a مجانب منحنی مقاومت برشی می باشدکه این رابطه در شکل (۱) رسم شده است.



شکل (۱) : تعریف E_0 و E_{50}

که در آن E_{50} مدول سختی وابسته به تنش محدود کننده می باشد که توسط رابطه ذیل قابل محاسبه است:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{c\cot\phi - \sigma_3^{'}}{c\cot\phi + p^{ref}} \right)^m \qquad (۱۲)$$

E_{50}^{ref} : مدول مبنا و p^{ref} فشار مبنا می باشد باید توجه کرد که $\sigma_3^{'}$ در حالت فشاری با علامت منفی منظور می شود.

در برنامه plaxis پیش فرض p^{ref} مقدار p^{ref} = ۱۰۰ kN/m^2 می باشد. برای شبیه سازی وابستگی تنش به مقدار m ، در رسهای نرم۱ =m و برای ماسه نروژ ۰/۵ =m توسط *Janbu* (۱۹۶۳) انتخاب شده است. *Von Soos* (۱۹۸۰) مقدار m بین ۰/۵ و ۱ پیشنهاد شده است. تنش انحرافی نهایی q_f و مقدار q_a در معادله (۱۱) مطابق رابطه ذیل تعریف می شود. :

$$q_f = (c\cot\phi - \sigma_3^{'}) \frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi} \qquad q_a = q_f / R_f \quad \text{برای :} \qquad (۱۳)$$

دوباره یادآوری می شود که معمولاً $\sigma_3^{'}$ منفی است. از رابطه بالا برای q_f ، از معیار خرابی موهر-کلمب که دارای

پارامتر های مقاومتیc و ϕ بوده بدست می آید. وقتی $q_a = q_f$ می شود معیار خرابی ارضاء می شود. حالت تسلیم پلاستیک کامل توصیف شده توسط مدل موهر-کلمب روی می دهد. رابطه بین q_f و q_a توسط نسبت خرابی R_f بیان می شود که الزاماً باید کمتر از ۱ باشد. در برنامه plaxis پیش فرض ضریب R_f مقدار۰/۹ می باشد.

برای مسیر تنش در حالت باربرداری و بارگذاری مجدد رابطه دیگری بصورت ذیل تعریف می شود:

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref}\left(\frac{c\cot\phi - \sigma_3^{'}}{c\cot\phi + p^{ref}}\right)^{m} \qquad (۱۴)$$

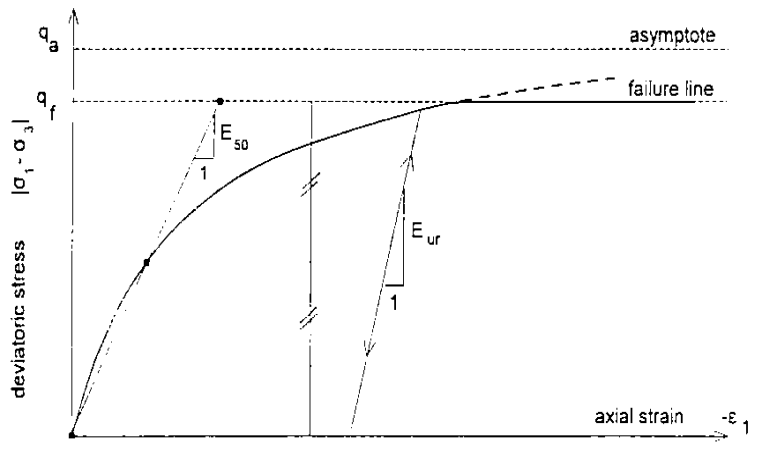
E_{ur}^{ref} مدل یانگ مبناء برای باربرداری و با گذاری مجدد، بر اساس فشار مبناء است. در بسیاری از موارد می توان فرض کرد که $E_{ur}^{ref} = E_{50}^{ref}$ 3 که این حالت پیش فرض برنامه plaxis می باشد.

تقریب سازی هذلولی با مدل رفتاری سخت شوندگی

به خاطر راحتی و وجود محدودیتهایی شرایط بارگذاری آزمایش سه محوری با $\sigma_2^{'} = \sigma_3^{'}$ است و $\sigma_1^{'}$ تنش فشاری اصلی خواهد بود. همانند آنچه که در شکل (۲) نشان داده شده، بهتر است که تنش و کرنش فشاری مثبت در نظرگرفته شود. برای نمایش عمومی تر مدل رفتار سخت شوندگی خاک به مقالهSchanz و همکارانش (۱۹۹۹) مراجعه شود. در این بخش نشان داده خواهد شد که در واقع در این مدل، مسیر تنش فرضی در آزمایش سه محوری زهکشی شده استاندارد با معادله (۱۵-۴) بیان می شود. اجازه بدهید،که ابتدا کرنشهای پلاستیک مربوطه را در نظر بگیریم. این اصل از یک تابع تسلیم بصورت ذیل بدست می آید:

$$f = \overline{f} - \gamma^{p} \qquad (۱۵)$$

که $\overline{f}$ تابع تنش و γ^{p} تابع کرنشهای پلاستیک است:



شکل (۲) : رابطه تنش کرنش هذلولی در بارگذاری آزمایش سه محوری زهکشی شده استاندارد

$$\overline{f} = \frac{1}{E_{50}} \frac{q}{1-q/p} - \frac{2q}{E_{ur}} \qquad \gamma^p = -(2\varepsilon_1^p - \varepsilon_v^p) \approx -2\varepsilon_1^p \quad (۱۶)$$

برای خاکهای سخت کرنش حجمی پلاستیک ε_v^p تمایل به کوچک شدن دارد. لذا به طور تقریبی $\gamma^p \approx -2\varepsilon_1^p$ در نظر گرفته می شود.

نکته مهم در تعریف بالادر مورد کرنش سخت شوندگی γ^p این است که با رابطه معروف هذلولی قابل تطبیق است. حالت مطلوبتر برای تعریف $\overline{f}$ آن است که بر معادله رفتاری معروف به مدل هذلولی منطبق است. برای بررسی این حالت در نظر گرفته شده در بار گذاری اصلی باید فرض کنیم که در شرایط تسلیم $f = ۰$ بوده و برای بارگذاری اصلی $\gamma^p = \overline{f}$ می گردد و در نتیجه از معادله (۱۶) داریم:

$$-\varepsilon_1^p = -\frac{1}{2}\overline{f} = \frac{1}{E_{50}} \frac{q}{1-q/p} - \frac{2q}{E_{ur}} \quad (۱۷)$$

مدل علاوه بر کرنشهای پلاستیک، کرنشهای الاستیک را هم محاسبه می کند. کرنشهای پلاستیک در بارگذاری اولیه توسعه می یابند. در صورتیکه کرنشهای الاستیک هم در بار گذاری اولیه و هم در باربرداری / بارگذاری مجدد ایجاد می شوند. برای مسیر آزمایش سه محوری زهکشی شده با شرایط $\sigma_2^{'} = \sigma_3^{'} = cte$ ، مدول یانگ الاستیک E_{ur} ثابت بوده و کرنشهای الاستیک توسط معادلات زیر تعریف می شوند:

$$-\varepsilon_1^e = \frac{q}{E_{ur}} \qquad -\varepsilon_2^e = -\varepsilon_3^e = -\nu_{ur}\frac{q}{E_{ur}} \quad (۱۸)$$

باید توجه شود که این رابطه برای مراحل اولیه بارگذاری صادق نیست.

برای مراحل اولیه اعمال بار جانبی همه جانبه همراه با تحکیم، مدل رفتاری سخت شوندگی فوق تغییر حجم کاملاً لاستیک را مطابق قانون هوک پیش بینی می کند. باید توجه شود که این کرنشها شامل معادله (۱۸) نمی باشد. در مرحله بارگذاری انحرافی آزمایش سه محوری کل کرنش محوری برابر است با مجموع مولفه های کرنش الاستیک که توسط معادله (۱۸) بیان می شود و یک مولفه پلاستیک که بر اساس معادله(۱۷) بدست می آید:

$$-\varepsilon_1 = -\varepsilon_1^e - \varepsilon_1^p \approx \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1-q/q_a} \quad (۱۹)$$

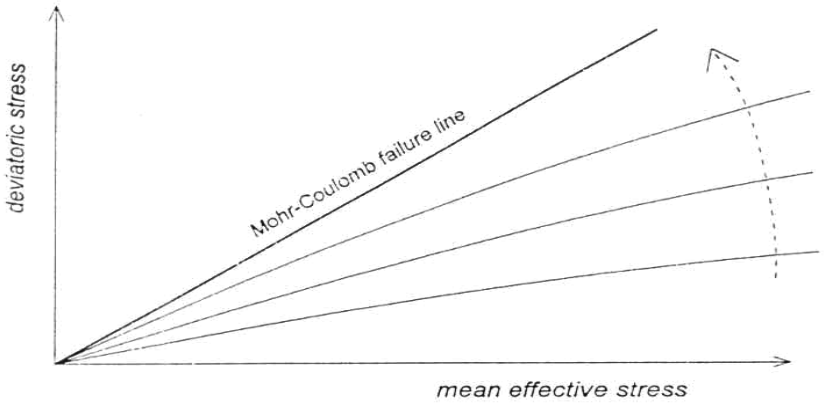
که این رابطه بدون در نظرگرفتن کرنشهای حجمی پلاستیک می باشد یعنی زمانی که $\varepsilon_v^p = ۰$ باشد.

در واقع این کرنش های حجمی پلاستیک هیچگاه صفرنیستند. ولی برای خاکهای سخت تغیرات حجمی پلاستیک در مقایسه با کرنش محوری ناچیز هستند. لذا چنین تقریبی در معادله (۱۹) وجود دارد. بنابراین بخوبی نمایان است که مدل رفتاری سخت شوندگی خاک، در واقع یک منحنی هذلولی در شرایط بارگذاری آزمایش سه محوری است.

برای یک مقدار ثابت پارامتر سخت شوندگی γ^p در شرایط جریان $f = 0$ می توان در صفحه $p' - q$ یک مکان تسلیم را ترسیم نمود. اگر یک چنین منحنی مکان تسلیمی ترسیم شود، ناچار به استفاده از معادلات (۱۶) بعلاوه معادلات (۱۲) و (۱۴) به ترتیب برای E_{50} و E_{ur} هستیم. بر اساس توضیحات قبلی شکل این منحنی تسلیم به پارامتر m بستگی دارد که برای $m=1$ یک خط مستقیم حاصل می شود برای مقادیر کمتر m منحنی مقدار کمی انحنا نشان می دهد. شکل (۳) نشان دهنده توالی مکان هندسی تسلیم برای وقتی که مقدار $m=1$ بوده که این مقدار، مقدار اولیه برای خاکهای سخت شونده بوده، می باشد.

کرنش حجمی پلاستیک برای حالت تنش سه محوری

حال برقراری ارتباط بین کرنش برشی پلاستیک γ^p وکرنش حجمی پلاستیک ε_v^p مدنظر می باشد. مانند بقیه مدل های پلاستیک، مدل سخت شوندگی خاک شامل یک رابطه، بین کرنشهای پلاستیک یعنی رابطه میان ε_v^p و γ^p بوده و قانون جریان خطی برقرار است.



شکل (۳) : توالی سطح تسلیم برای مقادیر متفاوت پارامتر سخت شوندگی γ^p

$$\varepsilon_v^p = \sin\psi_m \gamma^p \qquad (۲۰)$$

در واقع برای جزئیات بیشتر باید زاویه اتساع بسیج شده (ψ_m) را تعیین کنیم.که در مدل اخیر، زاویه اتساع بصورت ذیل تعریف میشود:

$$\sin\psi_m = \frac{\sin\phi_m - \sin\phi_{cv}}{1 - \sin\phi_m \sin\phi_{cv}} \qquad (۲۱)$$

که درآن ϕ_{cv} زاویه اصطکاک درحالت تخلخل بحرانی(*critical state*) که یک مقدار ثابت مستقل از دانسیته و ϕ_m زاویه اصطکاک بسیج شده می باشد:

$$\sin\phi_m = \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{\sigma_1' + \sigma_3' - 2c\cos\phi} \qquad (۲۲)$$

معادله بالا اتخاذ شده از تئوری تنش- اتساع توسط *Rowe* (۱۹۶۲) و تشریح شده توسط *Scanz & Vermeer* (۱۹۹۵) می باشد.

خاصیت بارز قانون تنش-اتساع این است که مصالح برای نسبتهای تنش پایین $\phi_m < \phi_{cv}$ کاهش حجم و برای نسبتهای تنش بالا $\phi_m > \phi_{cv}$ افزایش حجم می یابند. در لحظه گسیختگی وقتی که زاویه اصطکاک بسیج شونده معادل زاویه گسیختگی ϕ است از معادله بالا (۲۵-۴) داریم:

$$\sin\psi = \frac{\sin\phi - \sin\phi_{cv}}{1 - \sin\phi \ \sin\phi_{cv}} \qquad (۲۳)$$

$$\sin\phi_{cv} = \frac{\sin\phi - \sin\psi}{1 - \sin\phi \ \sin\psi} \qquad (۲۴)$$

بنابرین زاویه اصطکاک حالت تخلخل بحرانی میتواند با توجه به زاویه اصطکاک گسیختگی(ϕ) و زاویه اتساع (ψ) محاسبه گردد.*plaxis* از فرمول فوق استفاده می کند.

پارامترهای مدل رفتاری سخت شوندگی خاک

بعضی از پارامترهای این مدل بامدل موهر-کلمب غیر سخت شونده مشترک میباشد.

پارامترهای خرابی درمدل موهرکلمب عبارتند از:

c : چسبندگی(موثر) [kN/m²]

ϕ : زاویه اصطکاک داخلی(موثر) (درجه)

ψ : زاویه اتساع (بر حسب درجه).

پارامترهای پایه سختی خاک

E_{50}^{ref} : سختی سکانتی در آزمایش سه محوری استاندارد زهکشی شده [kN/m²]

E_{oed}^{ref} : مدول مماسی برای مرحله اولیه بارگذاری تحکیمی (ادئومتری) [kN/m²]

m : توان وابستگی سختی به سطح تنش (بدون بعد)

پارامترهای پیشرفته (که توصیه می شود بر اساس مقادیر پیش فرض تنظیم شود):

E_{ur}^{ref}: سختی بار برداری,بارگذاری مجدد (پیش فرض($E_{ur}^{ref} = 3E_{50}^{ref}$)[kN/m²]

ν_{ur}: ضریب پواسون برای بارحالت بار برداری-بارگذاری مجدد (پیش فرض ۰/۲ = ν_{ur}) (بدون بعد)

p^{ref} : تنش مبنا برای سختی ها (پیش فرض ۱۰۰واحد تنش) [kN/m²]

K_0^{nc} : مقدار برای خاک تحکیم عادی یافته (پیش فرض $K_0^{nc} = 1 - \sin\phi$) (بدون بعد)

R_f : نسبت گسیختگی (پیش فرض ۰/۹ = R_f) (بدون بعد)

$\sigma_{tension}$: مقاومت کششی (پیش فرض۰ = $\sigma_{tension}$ برحسب واحدتنش) [kN/m²]

$c_{increment}$: ضریب تغییر چسبندگی مانند مدل موهر-کولمب [kN/m²]

$c = c_{ref} + c_{increment} . (y - y_{ref})$

سختی مدولی E_{50}^{ref} ، E_{oed}^{ref} و توان m

فواید استفاده ازمدل سخت شوندگی در مقایسه با مدل دوخطی الاستوپلاستیک کامل موهر- کلمب تنها محدود به استفاده از رفتار تنش کرنش هذلولی نیست بلکه کنترل روی نسبت تنش نیز می باشد. در صورت استفاده ازمدل موهر-کلمب، کاربر مجبور به استفاده از یک مدول یانگ ثابت است.

در خاکهای واقعی این سختی وابسته به سطح تنش است. بنابراین لازم است که تخمینی از میزان تنش در داخل خاک داشته باشیم و بر اساس آن مقادیر مناسب سختی را بدست بیاوریم. درحالیکه در مدل سخت شوندگی این عمل لازم نیست و مدول سختی E_{50}^{ref} برای یک حداقل فشارجانبی مبنا $\sigma_3 = p^{ref}$ تعریف می شود. برنامه یک مقدار پیش فرض $p^{ref} =$ ۱۰۰ در واحد تنش استفاده می کند. برای سایر فشارهای جانبی از روابط ذکر شده قابل محاسبه است.

چون بعضی از کاربران *plaxis* مدول برشی را بیشتر از مدل سختی بکار می برند لازم است که مدول برشی را در اینجا تعریف کنیم. در تئوری الاستیسیته رابطه G و E با $E = 2(1+\nu)G$ قابل محاسبه است. چون E_{ur} سختی الاستیک واقعی است لذا مدول برشی از رابطه $E_{ur} = 2(1+\nu)G_{ur}$ قابل محاسبه است. در plaxis ، E_{ur} و ν_{ur} وارد می شود و برنامه براساس فرمول فوق به محاسبه G_{ur} می پردازد. برعکس E_{ur}، E_{50} در مفهوم الاستیک بکار نمی رود. لذا نمی توان رابطه ساده ای بین E_{50} و G_{50} بدست آورد.

برخلاف مدلهایی که برمبنای مفهوم الاستیسیته هستند، مدل الاستوپلاستیک سخت شونده فوق شامل یک رابطه ثابت بین سختی سه محوری (زهکشی شده) E_{50} و سختی ادئومتری (E_{oed}) و G_{50} وجود ندارد ویا هر دو پارامتر را می‌توان بطور مستقل به برنامه داد. بر اساس تعریف E_{50} با معادله (۱۲) حالا می‌توان سختی ادئومتری را تعریف کرد. برای محاسبه E_{oed}، plaxis از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref}\left(\frac{c\cot\phi - \sigma_3^{'}}{c\cot\phi + p^{ref}}\right)^{m} \qquad (۲۵)$$

که مطابق شکل(۴) E_{oed} مدول سختی مماسی است و E_{50}^{ref} سختی مماسی درتنش عمودی $\sigma_1 = p^{ref}$ است. توجه داشته باشید که $\sigma_1^{'}$ بیشتر از $\sigma_3^{'}$ باشد و بارگذاری اولیه مدد نظر است.

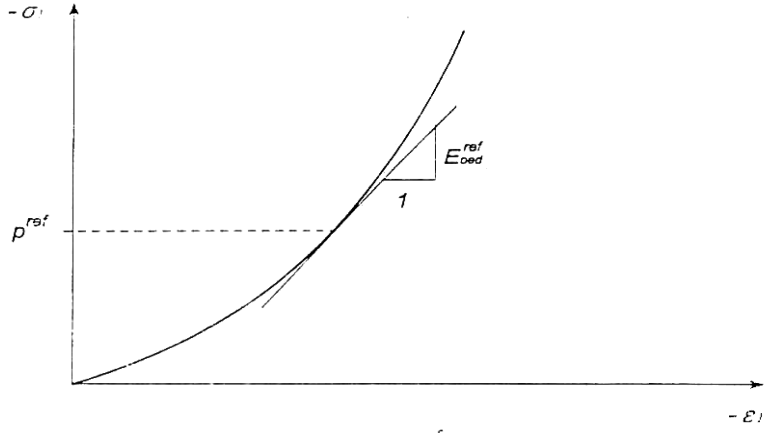
پارامترهای پیشرفته (Advanced Parameters)

مقدار متعارف ν_{ur}، ۰/۲ می باشد که به عنوان پیش فرض در برنامه *plaxis* وجود دارد. برخلاف مدل موهر-کلمب در این مدل K_0^{nc} تابع ثابتی از نسبت پواسون نبوده بلکه یک مقدار صحیح می باشد و بعنوان پیش فرض *plaxis* از رابطه $K_0^{nc} = 1 - \sin\phi$ استفاده می کند.

باید خاطر نشان کرد که این یک مقدار واقع بینانه است و با این وجود می توان مقادیر متفاوتی را برای آن انتخاب کرد. همه مقادیر ممکن برای K_0^{nc} نمی تواند با واقعیت تطبیق داشته باشد. یعنی هرمقدار داده برای K_0^{nc} مجاز نیست ومحدوده مجاز K_0^{nc} تابعی از E_{50}، E_{oed}، E_{ur} و ν_{ur} می باشد. مقادیر K_0^{nc} که خارج از محدوده باشد توسط *plaxis* حذف می شود. بر اساس مقادیر ورودی برنامه مقدار مناسبی را برای آن انتخاب کرده و در محاسبات بکار می برد.

قطع اتساع (Dilatancy Cut-Off)

بعداز مقادیر زیاد تغییر مکان برشی، خاک به حالت دانسیته بحرانی می رسد حالتی که اتساع به پایان می رسد که این موضوع در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل (۴) : تعریف E_{oed}^{ref} با استفاده از نتایج آزمایش ادئومتری

این رفتار خاک در مدل سخت شوندگی می تواند توسط گزینه Dilatancy cut-off انجام شود. دراین حالت e_{init} به عنوان تخلخل اولیه و $e_{\max}$ (تخلخل ماکزیمم) باید وارد شود(تخلخل بحرانی). به محض اینکه تغییرات حجمی باعث رسیدن خاک به تخلخل ماکزیمم شود همانند آنچه که در شکل(۵) نشان داده شده، زاویه اتساع بسیج شده(ψ_{mob}) به طور خودکارصفر می گردد:

$$\sin\psi_{mob} = \frac{\sin\phi_{mob} - \sin\phi_{cv}}{1 - \sin\phi_{mob}\sin\phi_{cv}} \quad : e < e_{\max} \text{ برای} \qquad (۲۶)$$

$$\sin\psi_{cv} = \frac{\sin\phi - \sin\psi}{1 - \sin\phi\sin\psi}$$

که در آن:

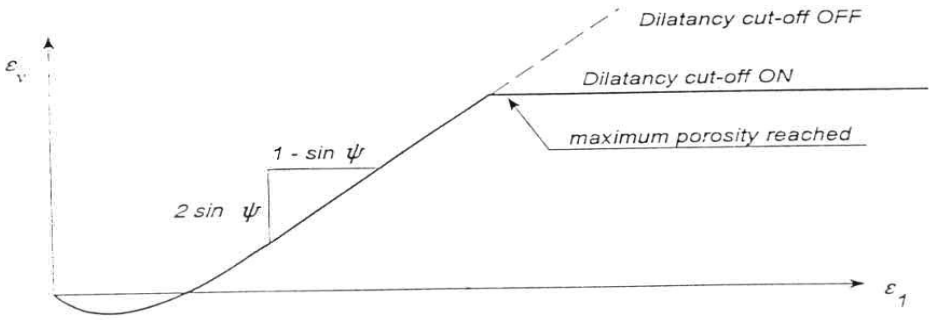
$$\psi_{mob} = 0 \quad : e \geq e_{\max} \text{ برای} \qquad (۲۷)$$

ضریب تخلخل(Void Ratio) درهر لحظه باتوجه به کرنش حجمی ازرابطه ذیل قابل محاسبه است:

$$-(\varepsilon_v - \varepsilon_v^{init}) = \ln\left(\frac{1+e}{1+e_{init}}\right) \qquad (۲۸)$$

که در حالت افزایش برای اتساع، ε_v مثبت درنظر گرفته می شود.

نسبت تخلخل اولیه (ε_{init})، نسبت تخلخل درجای خاک است. حداکثر نسبت تخلخل نسبت تخلخل، نسبت تخلخل در حالت تخلخل بحرانی است. به محض اینکه نسبت تخلخل بحرانی فرا برسد زاویه اتساع صفر می گردد. حداقل نسبت تخلخل $\varepsilon_{\min}$ را می توان وارد کرد. اما عموماً این پارامتر خاک در مدل سخت شوندگی خاک بکار نمی رود. خاتمه اتساع در مدل سخت شوندگی در دسترس است اما پیش فرض این است که خاتمه اتساع فعال نباشد.



شکل (۵) : منحنی کرنش برای آزمایش سه محوری استاندارد زهکشی شده در زمانی که قطع اتساع منظور شود

کلاهک سطح تسلیم در مدل رفتاری سخت شوندگی

سطح تسلیم برشی مطابق آنچه توضیح داده شد نمی تواند کرنش های حجمی پلاستیک که در بارگذاری فشار همه جانبه اتفاق می افتد را در برگیرد. لذا نوع دیگری از سطح تسلیم باید تعریف شود تا ناحیه الاستیک در سمت محور p بسته شود. بدون وجود کلاهک تسلیم نمی توان مدلی را فرمول بندی کرد که E_{oed}^{ref} و E_{50}^{ref} مستقل از یکدیگر به برنامه وارد شود.

مدول سه محوری عمدتاً در برگیرنده سطح تسلیم برشی و مدول تحکیمی کنترل کننده کلاهک تسلیم می باشد. در حقیقت E_{50}^{ref} عمدتاً اندازه کرنشهای پلاستیک مربوط به سطح تسلیم برشی را کنترل می کند و مشابهاً E_{oed}^{ref} برای کنترل اندازه کرنشهای پلاستیک ایجاد شده در کلاهک تسلیم می باشد. در این بخش به معرفی کلاهک سطح تسلیم می پردازیم :

$$f^c = \frac{\tilde{q}^2}{\alpha^2} + p^2 - p_p^2 \qquad (\alpha = c\cot\phi) \qquad (۲۹)$$

α یک پارامتر کمکی می باشد که مطابق آنچه توضیح داده خواهد شد به K_0^{nc} وابسته است. و دیگر اینکه $p = -(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)/3$ و $\tilde{q} = \sigma_1 + (\delta - 1)\sigma_2 - \delta\sigma_3$ با $\delta = (3+\sin\phi)/(3-\sin\phi)$. که q تنش اندازه گیری شده درحالت تنش های تفاضلی است. در حالت خاصی از تنش سه محوری $(-\sigma_1 > -\sigma_2 = \sigma_3)$ خواهیم داشت $\tilde{q} = -(\sigma_1 - \sigma_3)$ و برای کشش سه محوری $(-\sigma_1 = -\sigma_2 > \sigma_3)$ به $\tilde{q} = -\delta(\sigma_1 - \sigma_3)$ کاهش خواهد یافت. بزرگی کلاهک تسلیم بوسیله تنش پیش تحکیمی ایزوتروپی p_p تعیین می گردد. در این مدل یک قانون سخت شوندگی بصورت زیر برای محاسبه رابطه p_p با کرنش حجمی پلاستیک روی کلاهک، ε_v^{pc} ،تعریف می گردد:

$$\varepsilon_v^{pc} = \frac{\beta}{m+1}\left(\frac{p_p}{p^{ref}}\right)^{m+1} \qquad (۳۰)$$

کرنش حجمی کلاهک، کرنش حجمی پلاستیک تحت شرایط فشار ایزوتروپیک می باشد. علاوه بر پارامترهای معرف m یک پارامتر اضافی β در این فرمول وجود دارد. هر دو پارامتر α ، β پارامترهای کلاهک تسلیم می باشند. ولی مستقیماً برای برنامه تعریف نمی گردند. در واقع ما روابطی به شکل زیر برای آنها داریم:

$\alpha \leftrightarrow K_0^{nc}$ (پیش فرض : $K_0^{nc} = 1 - \sin\phi$)

$\beta \leftrightarrow E_{oed}^{ref}$ (پیش فرض : $E_{oed}^{ref} = E_{50}^{ref}$)

لذا E_{oed}^{ref} ، K_0^{nc} به برنامه وارد می شوند و مقدار پارامترهای α ، β بترتیب بر اساس آنها توسط برنامه محاسبه می گردد. مطابق شکل (۶) در فضای $p - \tilde{q}$ شکل این کلاهک بیضی می باشد. این بیضی دارای طول p_p روی محور p و αp_p روی محور $\tilde{q}$ است. p_p با اندازه اش مشخص می شود و α نسبت تناسب است.

مقادیر بزرگ α باعث ایجاد کلاهکهای تند زیر خط موهر-کلمب می شوند. اما مقادیر کوچک α یک کلاهک متمرکز در اطراف محور p را سبب می شوند. این بیضی هم به عنوان سطح تسلیم و هم سطح پتانسیل پلاستیک بکار می رود (قانون جریان مرتبط).

$$\underline{\varepsilon}^{pc} = \lambda \frac{\partial f^c}{\partial \underline{\sigma}} \qquad \lambda = \frac{\beta}{2p}\left(\frac{p_p}{p^{ref}}\right)^m \frac{p_p}{p^{ref}} \quad \text{با :} \qquad (۳۱)$$

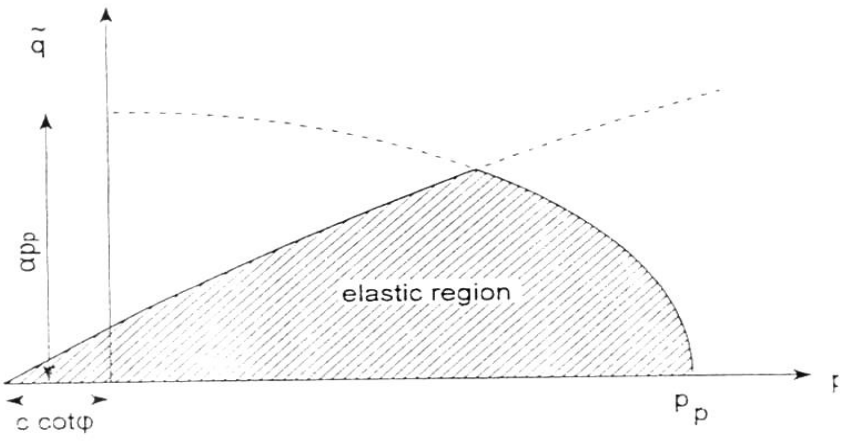
عبارت فوق برای λ در شرایط تسلیم $f^c = ۰$ و برای p_p از معادله (۲۹) بدست می آید.

مقدار اولیه p_p با استفاده از تنش های اولیه و همچنین مقدار نسبت پیش تحکیمی وارد شده (OCR) یا نسبت بیشترین سربار اعمالی در گذشته (POP:Pre-Overbourden Pressure)، توسط *plaxis* محاسبه می‌گردد.

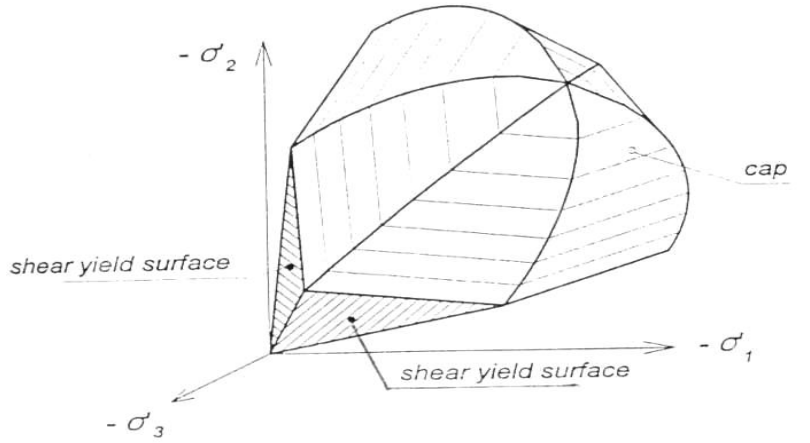
برای درک بهتر سطح پلاستیک هر دو شکل (۶) و (۷) را باید در نظرگرفت. شکل اول نشان دهنده خطوط ساده جاری شدن در فضای $p-\tilde{q}$ و در صورتیکه شکل دوم سطح جاری شدن را در فضای تنش های اصلی نشان می دهد. در فضای تنش های اصلی هم مکانهای برشی و هم کلاهک تسلیم، دارای شکل ۶ وجهی می باشند. در معیار خرابی موهر کلمب کلاسیک واقع سطح جاری شدن برشی می تواند تا رسیدن به سطح شکست نهایی موهر-کولمب گسترش یابد. گسترش کلاهک تسلیم تابعی ازتنش پیش تحکیمی p_p می باشد.

مقایسه مدل رفتاری الاستوپلاستیک سخت شونده در برنامه Plaxis با مدل معروف Duncan & Chang

در برنامه plaxis از روش آنالیز پلاستیک و تئوری پلاستیسیته استفاده می گردد در صورتیکه آنالیز در با مدل هذلولی بر اساس تئوری الاستیسیته غیرخطی صورت می گیرد.



شکل (۶) : سطح تسلیم مدل سخت شوندکی خاک در صفحه p-q . ناحیه الاستیک با افزایش کشش کاهش می یابد.



شکل (۷) : نمایش کلیه کنتور های تسلیم مدل سخت شوندگی در فضای تنش های اصلی برای خاک غیر چسبنده

رابطه بین تنش و کرنش – در صورتیکه رابطه ارائه شده در مدل Schanz (۱۹۹۹) را بر حسب q مرتب نماییم رابطه بصورت زیر حاصل می گردد :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{(\frac{1}{E_{50}} + \frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \qquad (۳۲)$$

با مقایسه این رابطه با رابطه مدل معروف هذلولی Duncan&Chang می توان دریافت که بین دو رابطه مشابهت وجود دارد. تنها تفاوت این است که در مدل *Schanz* (۱۹۹۹) از مدول در ۵۰٪ مقاومت استفاده شده است. زیرا محاسبه این مدول بر اساس داده های آزمایشگاهی دقیقتراز محاسبه مدول مماسی اولیه امکان پذیر است. برای اینکه مشابهت کامل بین دو رابطه بوجود آید باید $E_{50} = E_i / 2$ انتخاب گردد.

معیار خرابی – هر دو مدل از معیار خرابی موهر-کولمب استفاده می نمایند.

تغییرات سختی مصالح با سطح تنش – مطابق آنچه شرح داده شد در مدل Schanz (۱۹۹۹) مدول مصالح علاوه بر وابستگی به سطح تنش به مقدار پارامترهای c ، ϕ خاک وابستگی دارد.

$$E = E^{ref}\left[\frac{(c\cot\phi - \sigma_3)}{(c\cot\phi + p^{ref}}\right]^m \qquad (۳۳)$$

با توجه به فرمول فوق می توان مشاهده کرد که برای خاکهای غیرچسبنده $c = ۰$ رابطه به رابطه ارائه شده در مدل *Duncan&Chang* مشابهت می یابد (در صورتیکه $p^{ref} = p_a$ و $E^{ref} = K.P_a$).

اتساع و تخلخل بحرانی – در مدل رفتاری به کار رفته در برنامه plaxis اثرات اتساع و تغییر تخلخل خاک و تخلخل بحرانی در آنالیز مطابق روابط مشروحه فوق اعمال می گردد درصورتیکه مدل Duncan&Chang نمی تواند این اثرات را دربرگیرد.

کلاهک تسلیم – سطح شکست مدل Schanz (۱۹۹۹) از نوع بسته (closed yield surface) می باشد و دارای کلاهک تسلیم است. بدین معنی که در این مدل تسلیم مصالح ناشی از بارگذاری ایزوتروپیک نیز دیده شده است در حالیکه در مدل سابق این کلاهک وجود ندارد و آنالیز بر اساس تئوری الاستیسیته استوار می باشد. لذا اصولاً سطح تسلیم بصورت آنچه در تئوری پلاستیسیته وجود دارد تعریف نمی گردد.